

Correction - Réunion Juin 2008 - I - Pile et charge d'un condensateur

Partie A : Etude électrique

1) schéma

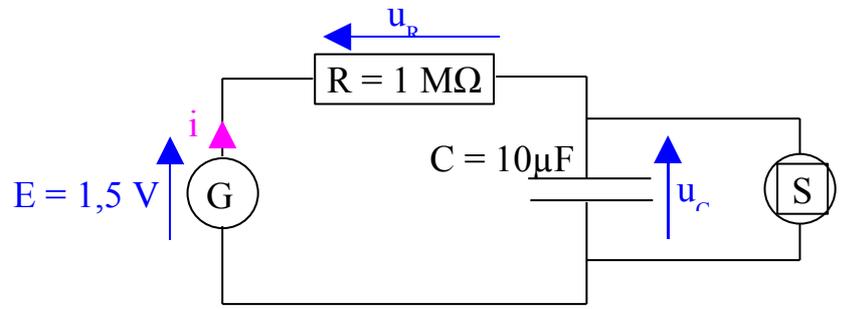
2) D'après le montage :

$$E = u_R + u_C ; u_R = R \cdot i ; q = C \cdot u_C$$

$$i = dq/dt = C \cdot du_C/dt$$

$$u_R = R \cdot C \cdot du_C/dt$$

$$E = R \cdot C \cdot du_C/dt + u_C$$



3) u_C augmente jusqu'à une valeur maximale, elle est alors constante, $du_C/dt = 0$.

D'après la relation précédente, $u_{C \max}$ vaut E .

$$4.1) du_C/dt = (E / \tau) \cdot \exp(-t / \tau) ; E = R \cdot C \cdot (E / \tau) \cdot \exp(-t / \tau) + E (1 - \exp(-t / \tau))$$

$$0 = ((R \cdot C / \tau) - 1) \cdot \exp(-t / \tau) ; (R \cdot C / \tau) - 1 = 0 ; \tau = R \cdot C$$

$$4.2) [R] = [u_R / i] = U \cdot I^{-1} ; [C] = [i / (du_C/dt)] = I \cdot T \cdot U^{-1}$$

$$[R \cdot C] = [R] \cdot [C] = U \cdot I^{-1} \cdot I \cdot T \cdot U^{-1} = T ; \tau \text{ est bien homogène à un temps.}$$

$$4.3) \tau = R \cdot C = 1,0 \cdot 10^6 \times 10 \cdot 10^{-6} = 10 \text{ s}$$

4.4) On peut utiliser 2 méthodes pour déterminer τ :

* méthode des 67 % : à $t = \tau$, $u_C = E \cdot (1 - e^{-1}) = 1,5 \times (1 - e^{-1}) = 0,95 \text{ V}$

D'après la figure 2, pour $u_C = 0,95 \text{ V}$, $t = \tau = 10 \text{ s}$

* méthode de la tangente à l'origine :

La tangente à l'origine coupe l'asymptote ($u = E$) au temps τ .

Cette méthode est moins précise car le tracé de la tangente peut varier.

$$5.1) u_C / E = (1 - \exp(-t / \tau)) ; \exp(-t / \tau) = 1 - u_C / E$$

$$-t / \tau = \ln(1 - u_C / E) ; t = -\tau \cdot \ln(1 - u_C / E)$$

$$5.2) t_f = -10 \times \ln(1 - 1,2 / 1,5) = 16 \text{ s (vérifiable sur la figure n°2)}$$

$$5.3) t_f \text{ est la période du phénomène. } f = 1 / t_f = 1 / 16 = 6,2 \cdot 10^{-2} \text{ Hz}$$

$$6.1) i = C \cdot du_C/dt = C \cdot (E / \tau) \cdot \exp(-t / \tau) = (E / R) \cdot \exp(-t / \tau)$$

$$6.2) i(0) = E / R = 1,5 / 1,0 \cdot 10^6 = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ A}$$

$$i(t_f) = (E / R) \cdot \exp(-t_f / \tau) = (1,5 / 1,0 \cdot 10^6) \cdot \exp(-16 / 10) = 3,0 \cdot 10^{-7} \text{ A} = 0,30 \mu\text{A}$$

$$7.1) E_{\text{elect}} = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2 ; C : \text{capacité en Farad (F)} ; u_C : \text{tension en Volt (V)}$$

$$7.2) E_{\text{elect}}(t_f) = 0,5 \times 10 \cdot 10^{-6} \times 1,2^2 = 7,2 \cdot 10^{-6} \text{ J} = 7,2 \mu\text{J}$$

7.3) Cette différence importante entre E_G et E_{elec} s'explique par la forte consommation d'énergie de la grosse résistance par effet Joule.